

Corrigé de la Série N°2

Exercice 1

1) Rappels :

- Z = numéro atomique = nombre de protons du noyau.
- A = nombre de masse = total des nucléons ($A = Z + N$).
- $N = A - Z$ = nombre de neutrons.
- Z Nombre d'électrons aussi.

2) Constituants du noyau et nombre d'électrons

Nucléide	A	Z	$N = A - Z$	Charge	Nombre d'électrons	Nature
$^{19}_9\text{F}$	19	9	10	0	9	Atome neutre
$^{40}_{20}\text{Ca}$	40	20	20	0	20	Atome neutre
$^{238}_{92}\text{U}$	238	92	146	0	92	Atome neutre
$^{222}_{86}\text{Rn}$	222	86	136	0	86	Atome neutre
$^{24}_{12}\text{Mg}$	24	12	12	0	12	Atome neutre
$^{24}_{12}\text{Mg}^{2+}$	24	12	12	+2	10	Ion (cation)
$^{78}_{34}\text{Se}^{2-}$	78	34	44	-2	36	Ion (anion)
$^{52}_{24}\text{Cr}^{3+}$	52	24	28	+3	21	Ion (cation)
$^{127}_{53}\text{I}$	127	53	74	0	53	Atome neutre
$^{108}_{47}\text{Ag}^+$	108	47	61	+1	46	Ion (cation)

3) Analyse de la nature

- **Atomes neutres** : F, Ca, U, Rn, Mg, I
- **Cations** : Mg^{2+} , Cr^{3+} , Ag^+
- **Anion** : Se^{2-}

Exercice 2 :

$$M_k = x_1 \cdot M_1 + x_2 \cdot M_2 + x_3 \cdot M_3$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 1$$

Substituons $x_2 = 0,00012$ et $x_3 = 1 - x_1 - x_2$:

$$x_3 = 1 - 0,00012 - x_1 = 0,99988 - x_1$$

Remplaçons dans la première relation :

$$M_k = x_1 \cdot M_1 + 0,00012 \cdot M_2 + (0,99988 - x_1) \cdot M_3$$

$$M_k = x_1 \cdot (M_1 - M_3) + 0,00012 \cdot M_2 + 0,99988 \cdot M_3$$

Formule finale :

$$x_1 = [M_k - 0,00012 \cdot M_2 - 0,99988 \cdot M_3] / (M_1 - M_3)$$

Donc

$$M_1 = 38,9677 \quad M_2 = 39,9640 \quad M_3 = 40,9618 \quad M_k = 39,102$$

$$x_1 = [39,102 - 0,00012 \times 39,9640 - 0,99988 \times 40,9618] / (38,9677 - 40,9618)$$

$$x_1 = 0,93072$$

$$x_3 = 1 - 0,00012 - 0,93072 = 0,06916$$

Isotope	Masse (uma)	Abondance (%)
^{39}K	38,9677	93,072 %
^{40}K	39,9640	0,012 %
^{41}K	40,9618	6,916 %

Exercice 2:

1. Calcul des abondances naturelles des isotopes 39 et 41 dans le potassium naturel

Isotope 1 (K 39)

$$M_1 = 38,9677, \quad x_1$$

Isotope 2 (K 40)

$$M_2 = 39,9640, \quad x_2 = 0,00012$$

Isotope 2 (K 41)

$$M_3 = 40,9618, \quad x_3$$

$$M = \sum x_i M_i$$

$$M = x_1 M_1 + x_2 M_2 + x_3 M_3$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 1$$

$$x_2 = 1 - 0,00012 - x_3$$

$$= 0,99988 - x_3 = 0,99988 - x_1 M_K$$

$$= x_1 M_1 + 0,00012 M_2 + (0,99988 - x_1) M_3 M_K$$

$$= x_1 M_1 + 0,00012 M_2 + 0,99988 M_3 - x_1 M_3 M_K - 0,00012 M_2 - 0,99988 M_3$$

$$= x_1 (M_1 - M_3)$$

$$x_1 = (M_K - 0,00012 M_2 - 0,99988 M_3) / (M_1 - M_3)$$

$$x_1 = (39,102 - 0,00012 * 39,4640 - 0,99988 * 40,9618) / (38,9637 - 40,9618)$$

$$x_1 = 0,93072$$

$$\text{Alors } x_3 = 0,06916$$

$$^{39}\text{K} = 93,072\%$$

$$^{40}\text{K} = 0,012\%$$

$$^{41}\text{K} = 6,916\%$$

2. la composition nucléaire de chaque isotopes :

compose	Nombre de masse A	Nombre de protons Z	Nombre de neutrons N
³⁹ K	39	19	20
⁴⁰ K	40	19	21
⁴¹ K	41	19	22

3. Calcul en joule et en MeV l'énergie de liaison de chaque isotopes

$$E_{\text{liaison}} = |\Delta m| \cdot C^2$$

$$\Delta m = m_{\text{réelle}} - m_{\text{théorique}} = [Z \cdot m_p + (A-Z) \cdot m_n] - m_{\text{théorique}}$$

a) ^{39}K

$$\Delta m = 38,9637 - ((19 \times 1,00727) + (20 \times 1,00866))$$

$$\Delta m = 38,9637 - 39,31133$$

$$\Delta m = -0,348 \text{ u} = -0,577 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

$$E_{\text{liaison}}(^{39}\text{K}) = |-0,577 \times 10^{-27}| \times (3 \times 10^8)^2 = 5,193 \times 10^{-11} \text{ J}$$

$$E_{\text{liaison}}(^{39}\text{K}) = |-0,348| \times 931,5 = 324,162 \text{ MeV}$$

$$E_{\text{liaison}}(^{39}\text{K}) = 324,162 \text{ MeV}$$

$$\text{Energie de liaison par nucléon de } ^{39}\text{K} : E(^{39}\text{K}) = E_{\text{liaison}} / A$$

$$E(^{39}\text{K}) = 324,162 / 39 = 8,311 \text{ MeV / nucléon}$$

b) ^{40}K

$$\Delta m = 39,9640 - ((19 \times 1,00727) + (21 \times 1,00866))$$

$$\Delta m = 39,9640 - 40,319$$

$$\Delta m = 0,3559 \text{ u} = 0,59 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

$$E_{\text{liaison}}(^{40}\text{K}) = |0,59 \times 10^{-27}| \times (3 \times 10^8)^2 = 5,31 \times 10^{-11} \text{ J}$$

$$E_{\text{liaison}}(^{40}\text{K}) = |0,3559| \times 931,5 = 331,52 \text{ MeV}$$

$$E_{\text{liaison}}(^{40}\text{K}) = 331,52 \text{ MeV}$$

$$\text{Energie de liaison par nucléon de } ^{40}\text{K} : E(^{40}\text{K}) = E_{\text{liaison}} / A$$

$$E(^{40}\text{K}) = 331,52 / 40 = 8,288 \text{ MeV / nucléon}$$

c) ^{41}K

$$\Delta m = 40,9618 - ((19 \times 1,00727) + (22 \times 1,00866))$$

$$\Delta m = 40,9618 - 41,328$$

$$\Delta m = -0,366 \text{ u} = -0,608 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

$$E_{\text{liaison}}(^{41}\text{K}) = |-0,608 \times 10^{-27}| \times (3 \times 10^8)^2 = 5,48 \times 10^{-11} \text{ J}$$

$$E_{\text{liaison}}(^{41}\text{K}) = |-0,366| \times 931,5 = 340,929 \text{ MeV}$$

$$E_{\text{liaison}}(^{41}\text{K}) = 340,929 \text{ MeV}$$

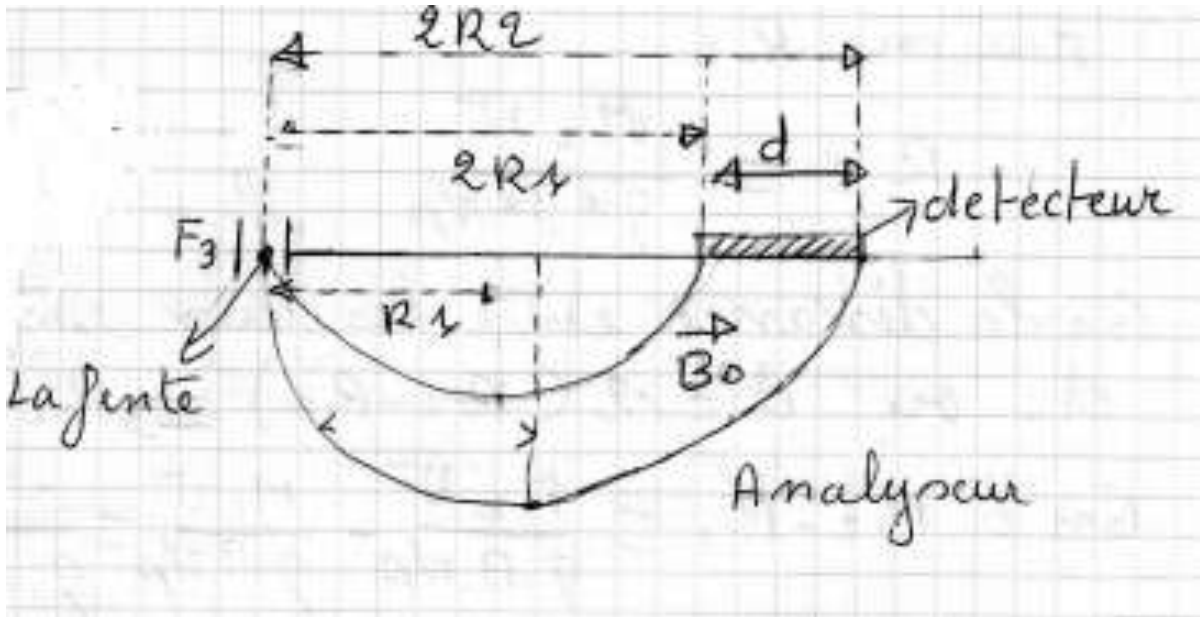
$$\text{Energie de liaison par nucléon de } ^{41}\text{K} : E(^{41}\text{K}) = E_{\text{liaison}} / A$$

$$E(^{41}\text{K}) = 340,929 / 41 = 8,315 \text{ MeV / nucléon}$$

2) l'énergie de liaison par nucléon est un bon indicateur de la stabilité du noyau : plus l'énergie de liaison par nucléon est élevée, plus le noyau est lié (et donc en général plus stable).

$(^{41}\text{K}) > E(^{39}\text{K}) > E(^{40}\text{K})$, ce résultat indique que le noyau de l'atome de ^{41}K est plus stable que ^{39}K et ^{40}K .

1. Représente le schéma correspondant



2. Vitesse des ions dans le filtre de vitesse

On commence par écrit les vecteurs de force électrique et magnétique puis on déduit la vitesse selon :

Nous avons

$$\vec{F}_m = \vec{F}_e$$

$$F_m = F_e$$

$$qvB = qE$$

$$B = \frac{E}{v}$$

$$B = \frac{6 \times 10^4}{0,2}$$

$$= 3.10^5 \text{ m/s}$$

3. Le rayon de courbure de la trajectoire des deux isotopes de potassium dans le champ du spectromètre:

La trajectoire des ions dans l'analyseur étant circulaire, on peut écrire :

$$\begin{aligned}\vec{F}_m &= \vec{F}_c \\ \Rightarrow qvB &= m \frac{v^2}{r} \\ \Rightarrow qB &= m \frac{v}{r} \\ r &= \frac{mv}{qB}\end{aligned}$$

Pour ^{39}K

$$r = \frac{39 \times 1,66 \cdot 10^{-27} \times 3 \times 10^5}{0,3 \times 1,6 \times 10^{-19}} = 0,404m$$

Pour ^{41}K :

$$r = \frac{41 \times 1,66 \cdot 10^{-27} \times 3 \times 10^5}{0,3 \times 1,6 \times 10^{-19}} = 0,425m$$

4. Calcula distance entre les points d'impact des deux isotopes sur la plaque détectrice.

$$d=2 (r_{41} - r_{39}).$$

$$d= 2 (0,42494 - 0,40421) = 0,04146 \text{ m} = 4,15 \text{ cm}.$$

Exercice 3:

1. Composition isotopique du lithium naturel:

Soit:

$$X_1 = {}^6\text{Li}$$

$$X_2 = {}^7\text{Li}$$

$$M = \sum x_i M_i$$

$$M = x_1 M_1 + x_2 M_2$$

$$\sum x_i = 1 \Rightarrow x_1 + x_2 = 1 \text{ d'ou } x_2 = 1 - x_1$$

$$M = x_1 M_1 + (1 - x_1) M_2 = x_1 M_1 + M_2 + x_1 M_2$$

$$M - M_2 = x_1 (M_1 - M_2)$$

$$x_1 = (M - M_2) / (M_1 - M_2) = (6,943 - 7,018) / (6,017 - 7,018) = 0,075$$

$$x_2 = 1 - x_1 = 1 - 0,075 = 0,925$$

$${}^6\text{Li} = 7,5\%$$

$${}^7\text{Li} = 92,5\%$$

$$\text{Eliaison} = |\Delta m| \cdot C^2$$

$$\Delta m = m_{\text{réelle}} - m_{\text{théorique}} = [Z \cdot m_p + (A-Z) \cdot m_n] - m_{\text{théorique}}$$

$$\Delta m = 7,018 - ((3 \times 1,00727) + (4 \times 1,00866))$$

$$\Delta m = 7,018 - 7,05648 = -0,0384 \text{ u}$$

$$\Delta m = -0,0384 \text{ u} = -0,063 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

$$E_{\text{liaison}} ({}^7\text{Li}) = |-0,0384| \times 931,5 = 35,77 \text{ MeV}$$

$$E_{\text{liaison}} ({}^7\text{Li}) = 35,77 \text{ MeV}$$

$$\text{Energie de liaison par nucléon de } {}^7\text{Li} : E ({}^7\text{Li}) = E_{\text{liaison}} / A$$

$$E ({}^7\text{Li}) = 35,77 / 7 = 5,10 \text{ MeV / nucléon}$$

$$E_{\text{liaison}} ({}^7\text{Li}) = |-0,063 \times 10^{-27}| \times (3 \times 10^8)^2 = 5,74 \times 10^{-12} \text{ J}$$

3. Comparaison de stabilité

$$E ({}^7\text{Li}) = 5,10 \text{ MeV / nucléon}$$

$$E ({}^6\text{Li}) = 4,79 \text{ MeV / nucléon}$$

plus l'énergie de cohésion par nucléon est grande, plus le noyau est stable donc l'isotope le plus stable est le ${}^7\text{Li}$

1. l'expression de la vitesse avec laquelle se déplacent ces ions

Nous avons

$$\vec{F}_m = \vec{F}_e$$

$$F_m = F_e$$

$$qvB = qE$$

$$v = \frac{E}{B_0}$$

2. Expression du rayon R de la trajectoire circulaire

La trajectoire des ions dans l'analyseur étant circulaire, on peut écrire :

$$\vec{F}_m = \vec{F}_c$$

$$qvB = m \frac{v^2}{R} \Rightarrow qB = m \frac{v}{R}$$

$$R = \frac{mv}{qB}$$

Expression de la masse atomique de l'ion ${}^A\text{Li}$ et détermination de A

$$\text{On a } R = \frac{mv}{qB}$$

$$m = \frac{qBR}{v}$$

En remplaçant v par $\frac{E}{B_0}$

$$m = \frac{qBRB_0}{E}$$

Détermination de A sans connaître E, B₀, B

Les deux ions ont la **même** vitesse v et la même charge q . Donc, à champ Bidentique :

Les ions ^ALi de masse atomique M_1 et de charge $q=e$, décrivent une circonférence de rayon R_1 :

$$m_A = \frac{qBR_AB_0}{E}$$

- les ions ^6Li de masse atomique M_2 et de charge $q=e$ décrivent une circonférence de rayon

$$R_2 : m_{6\text{Li}} = \frac{qBR_{6\text{Li}}B_0}{E}$$

On aura
$$\frac{m_A}{m_6} = \frac{R_A}{R_6}$$

$$\frac{A}{6} = \frac{R_A}{R_6}$$

$$A = 6 \cdot \frac{R_A}{R_6}$$

$$A = 6 \cdot \frac{0,239}{0,205} = 6 \times 1,165 = 6,995$$

$$A \approx 7$$

Autrement dit l' isotope ^ALi est ^7Li